Organisatorisches

▷ Materialien auf Website: https://n.ethz.ch/~rpeedikayil/

- Übungsnotizen jeweils spätestens um 15:00 am Donnerstag hochgeladen
- Nach der Übungsstunde ⇝ komplette Notizen

▷ Ablauf:
- Falls nötig Nachbesprechung der letzten Serie
- Theorie mit Beispielen (u.a. alten Prüfungsaufgaben)
- Tipps für neue Serie

} ca. 60 min

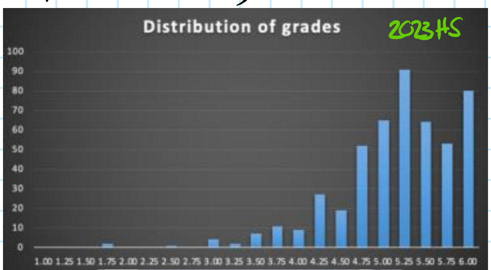
- Fragen und selbständiges Lösen der Serie } ca. 30 min.

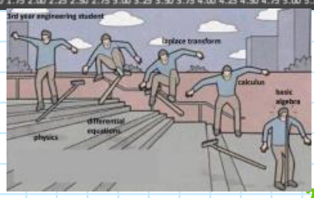
▷ Serien:
- Serie 0 ⇝ Repetition Analysis I/II: • Partialbruchzerlegung, Differentialgleichungen (ODE), Partielle Integration, Integration mit Substitution
- Serien + MC auf Moodle ⇝ prüfungsrelevant
  - ↳ Abgabe auf Moodle möglich (am folgenden Mittwoch bis Mitternacht) ⇝ Kein Bonus...

    ⇜ für Serie 1 steht Donnerstag ⇝ vermutlich ein Fehler
    - ↳ Am Besten Aufgaben markieren, die korrigiert werden sollen bzw. unklar sind
    - ↳ Sonst wird mind. 1 Aufgabe ausführlich korrigiert
    - ↳ Korrektur kommt circa eine Woche nach Abgabe

▷ Fragen:
- E-Mail: rpeedikayil@ethz.ch
- "General Forum" or "Group specific Forum" auf Moodle
- Study Center: Donnerstag 18-20 Uhr (Ab 3. tes Semesterwoche)

▷ Prüfung:
- 4 Credits
- Format: 9 × SC-Fragen (ca. 50%)
  2 × Offene Fragen (ca. 50%)
- 2 Stunden
- Erlaubte Hilfsmittel:
  - ↳ 20 A4 Seiten / 10 Blätter Zusammenfassung
    - → Meine Zusammenfassung findet Ihr auf meiner Website
    - → Druckt ZF so früh wie möglich aus
  - ↳ Englisch ⇔ Deutsch - Wörterbuch





2023HS

Prüfungsblock I (neues Reglement) — MAVT | alle Studiengänge | davon Repetenten

	# Stud.		Ø		std. dev.		# best.	# nicht best.	bestanden
Gesamt	398		4.65		0.56		364	34	91.5%
Thermodynamik I		428	4.16	4.15	0.81	0.80			67.8%
Mechanics III		522	4.48	4.44	0.64	0.65			81.0%
Control Systems I		451	4.79	4.78	0.62	0.62			92.2%
Elektrotechnik		452	4.71	4.63	0.80	0.84			81.6%
Analysis III		487	5.20	5.16	0.66	0.68			94.3%

2022HS

Prüfungsblock I — MAVT | alle Studiengänge | davon Repetenten

	# Stud.		Ø		std. dev.		# best.		# nicht best.		bestanden	
Gesamt	402	27	4.58		0.59		344	18	58	9	85.6%	66.7%
Thermodynamik I		360	4.3	4.3	0.81	0.81					71.4	
Dimensionieren I		359	4.35	4.35	0.92	0.92					79.4	
Dynamics		483	4.62	4.54	0.65	0.69					82.3	
Regelungstechnik I		373	4.75	4.76	0.67	0.67					87.7	
Analysis III		396	4.84	4.8	0.79	0.84					88.9	

2021HS

Prüfungsblock I — MAVT | alle Studiengänge | davon Repetenten

	# Stud.		Ø		std. dev.		# best.		# nicht best.		bestanden	
Gesamt	354	25	4.55		0.65		296	18	58	7	83.6%	72.0%
Thermodynamik I	360		4.08	4.07	0.87	0.87					66.4%	
Dimensionieren I	359		4.46	4.46	0.90	0.89					68.8%	
Dynamics	483		4.35	4.30	0.82	0.85					77.4%	
Regelungstechnik I	373		4.61	4.61	0.71	0.71					91.9%	
Analysis III	396		5.59	5.60	0.62	0.62					97.0%	

▷ Prüfungsvorbereitung:
- Theorie repetieren und üben mit PVK von Gioele Zardini (falls nötig)
- Alte Prüfungen von Iozzi Lösen

} Findet Ihr auf meiner Website

▷ Analysis III: Laplace Transform, Fourier Analysis, Partial Differential Equations

Laplace Transformation

Differentialgleichung $\xrightarrow{\mathcal{L}}$ Algebraische Gleichung

$f(t)$ — $\mathcal{L}(f(t))(s)$ oder $F(s)$

"Zeitbereich" $\xleftarrow{\mathcal{L}^{-1}}$

~> Mit Laplace-Transforms können wir gewisse "DGL viel einfacher lösen"

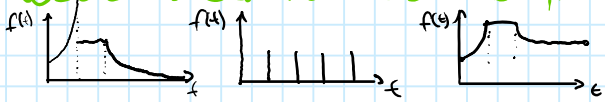
~> wird in Elektrotechnik und Controls Systems verwendet

Def. $\boxed{F(s) = \mathcal{L}(f(t))(s) = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-st} dt \qquad s \in \mathbb{C}}$

$\mathcal{L}(f(t))(s)$ existiert im Interval (k, ∞):

- $f(t)$ ist "piecewise continuous"/stückweise stetig:
  - unterteilbar, sodass jeder Intervall stetig
  - unterteilbar, sodass an den Endpunkten eines Intervalls endliche Grenzwerte sind

Bsp. 1 Welcher dieser Funktionen ist piecewise continuous?

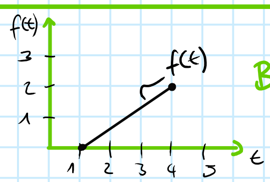


- $f(t)$ ist wachstumsbeschränkt, wenn $M, k \in \mathbb{R}$ mit $M, k > 0$ gibt, sodass $|f(t)| \le M e^{kt}$
  ~> d.h. f ist (höchstens) von exponentieller Ordnung

Berechnung Laplace Transform:
1. Integral (Definition) (Bsp. 2/3)
   ↳ (Partielle Integration, Substitution)
2. Umformen/Vereinfachen (Eigenschaften) und Tabelle (Bsp. 4)
   ↳ (Partialbruchzerlegung, trig. Identitäten etc.)

Bsp. 2 $f(t) = \cos(\omega t) \qquad F(s) = ?$

Bsp. 3.



Bestimmen Sie $\mathcal{L}(f(t))(s)$.

Linearität

i. $\mathcal{L}(\alpha f + \beta g) = \alpha \mathcal{L}(f) + \beta \mathcal{L}(g)$ Funktionen, Skalar

ii. $\mathcal{L}^{-1}(\alpha F + \beta G) = \alpha \mathcal{L}^{-1}(F) + \beta \mathcal{L}^{-1}(G)$

$\mathcal{L}$ und $\mathcal{L}^{-1}$ sind linear

1 Laplace Transformation

$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$	$t^a, a > 0$	$\frac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$	$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$u(t-a), a \geqslant 0$	$\frac{1}{s}e^{-as}$
$t^n, n \in \mathbb{Z} \geqslant 0$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\delta(t-a), a \geqslant 0$	e^{-as}

Bsp. 4 $f(t) = 1 + 2t + 3t^3 \quad F(s) = ?$

S-Shifting

$f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s)$

$e^{at} \cdot f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s-a)$

Bsp. 5 $f(t) = e^{-at} \cdot t \quad F(s) = ?$

Inverse Laplace Transformation

Keine analytische Definition für $\mathcal{L}^{-1}$ wie bei $\mathcal{L}$ ⇝ Reverse Engineering
1. Umformen/Vereinfachen
2. Tabellen

1 Laplace Transformation

$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$	$t^a, a > 0$	$\frac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$	$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$u(t-a), a \geqslant 0$	$\frac{1}{s}e^{-as}$
$t^n, n \in \mathbb{Z} \geqslant 0$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\delta(t-a), a \geqslant 0$	e^{-as}

Bsp 6. $F(s) = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s-1} \quad f(t) = ?$

Bsp 7. $F(s) = \frac{1}{s^2 + 6s + 13} \quad f(t) = ?$

1 Laplace Transformation

$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$	$t^a, a > 0$	$\frac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$	$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$u(t-a), a \geqslant 0$	$\frac{1}{s}e^{-as}$
$t^n, n \in \mathbb{Z} \geqslant 0$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\delta(t-a), a \geqslant 0$	e^{-as}

Bsp 8. $F(s) = \frac{s}{s^2 - 1} \quad f(t) = ?$

14 Partialbruchzerlegung

1. einfache Nullstelle: $\frac{A}{(x-x_0)}$
2. doppelte Nullstelle: $\frac{A}{(x-x_0)} + \frac{B}{(x-x_0)^2}$
3. komplexe Nullstelle: $\frac{Ax+B}{(z \cdot B: x^2+1)}$

Beispiel : $\frac{x}{x^3+x^2-x-1} = \frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x-1)}$

$= \frac{A\cdot(x+1)\cdot(x-1)+B\cdot(x+1)^2\cdot(x-1)+C\cdot(x+1)^3}{(x+1)^2\cdot(x+1)\cdot(x-1)}$

$$\left| \begin{array}{c} -A - B + C = 0 \\ -B + 3C = 1 \\ A + B + 3C = 0 \\ B + C = 0 \end{array} \right| \Rightarrow A = \frac{1}{2}, B = -\frac{1}{4}, C = \frac{1}{4}$$

Tipp: $(1 + x^3) = (1 + x)\left(1 - x + x^2\right)$

Tipps Serie 1

= wichtig
= hilfreich
= nicht so wichtig

1) a) Linearität und dann Tabellen verwenden

b) Linearität und dann Tabellen verwenden

c) • Laplace Transform (Integral) $\mathcal{L}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right)(s)$ mit dem gegeben Integral $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$ beschreiben und das gegebene Resultat verwenden

• Substitution $e^{-st} \to e^{-t}$?

2) • Mathematische Beschreibung der Funktion $f(t)$ der Skizze entnehmen

• Integral aufteilen, sodass wir piecewise continuous Intervalle haben

• Integrale auswerten / (Tabellen verwenden (in diesem Fall einbisschen aufwendiger))

3) • $\sin(\omega t)$ durch Summe beschreiben

• Linearität verwenden und dann Tabellen verwenden

4) a) Substitution $e^{-t} \to e^{-x^2}$

b) • Für welche $f(t)$ gilt: $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_0^a f(x)\,dx$?

• Zeige, dass e^{-x^2} diese Eigenschaft besitzt

c) • Kartesische Koordinaten $\Leftrightarrow$ Polarkoordinaten $\Rightarrow dx\,dy = r\,dr\,d\theta$ und $r^2 = x^2 + y^2$

• Wie ändern sich die Grenzen des Integrals, wenn wir zu Polarkoordinaten wechseln?

d) • Welchen Wertebereich hat die Funktion im Integral?

• Kann man dadurch etwas über das Vorzeichen aussagen?